




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель ОП  
«Теоретическая физика»

 Белоконов В. И.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
«08» сентября 2018 г.

«УТВЕРЖДАЮ»

Заведующий кафедрой  
Теоретической и ядерной физики

 Ширновский С.Э.  
(подпись) (Ф.И.О.)  
«08» сентября 2018 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Теория фазовых переходов**

Направление подготовки *03.06.01 Физика и астрономия*

Профиль «*Теоретическая физика*»

Форма подготовки (очная)

курс   2   семестр   3    
лекции  18  час.  
практические занятия  18  час.  
лабораторные работы не предусмотрены.  
с использованием МАО лек. 6 / пр. 6 час.  
всего часов контактной работы  18  час.  
в том числе с использованием МАО  12  час., в электронной форме        час.  
самостоятельная работа  72  час.  
в том числе на подготовку к экзамену        час.  
курсовая работа / курсовой проект        семестр  
зачет   3   семестр  
экзамен        семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 30.07.2014 № 867

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теоретической и ядерной физики ШЕН ДВФУ, протокол № 19 от «08» сентября 2018 г.

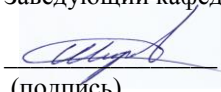
Заведующий (ая) кафедрой теоретической и ядерной физики Ширновский С.Э.  
Составитель (ли): д-р физ.- мат. наук, профессор, профессор кафедры теоретической и ядерной физики В.И. Белоконов

**Оборотная сторона титульного листа**

**I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры теоретической и ядерной физики:**

Протокол от «07» июня 2019 г. № 16

Заведующий кафедрой /директор академического департамента



(подпись)

Ширмовский С.Э.  
(И.О. Фамилия)

**II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры/ академического департамента:**

Протокол от « 10 » января 2020 г. № 4

Заведующий кафедрой теоретической и ядерной физики



(подпись)

Ширмовский С.Э.\_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

## Аннотация рабочей программы учебной дисциплины «Теория фазовых переходов»

Дисциплина «Теория фазовых переходов» предназначена для аспирантов, обучающихся по образовательной программе направления подготовки 03.06.01 – «Физика и астрономия», профиль «Теоретическая физика», форма подготовки очная и входит в вариативную часть, дисциплины по выбору учебного плана: Б1.В.ДВ

Трудоемкость – 3 з.е. (108 часов). Дисциплина включает в себя 18 часов лекций, 18 часов практических занятий и 72 часов самостоятельной работы. Обучение осуществляется в 3 семестре. Форма промежуточной аттестации: зачет (3 семестр).

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утвержденного приказом министерства образования и науки РФ от 30.07.2014 г. № 867 и учебным планом подготовки аспирантов по профилю «Теоретическая физика».

**Цель** изучения дисциплины – подготовка к научной работе в области магнетизма наноструктурированных систем.

### **Задачи:**

- способствовать освоению аспирантами основных идей, развитых в теории фазовых переходов и необходимых для дальнейшей успешной научной деятельности;
- Формирование компетенций, соответствующих профилю «Теоретическая физика».

Для успешного изучения дисциплины «Теория фазовых переходов» у обучающихся должны быть сформированы следующие предварительные компетенции:

- способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);
- способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения (ОК-1);
- способность и готовностью анализировать научно-техническую информацию, изучать отечественный и зарубежный опыт по тематике исследования (ПК-6);
- способность свободно владеть разделами физики, необходимыми для решения научно-инновационных задач, и применять результаты научных исследований в инновационной деятельности (ПК-2).

В результате изучения дисциплины у аспирантов формируются следующие профессиональные компетенции.

Код и формулировка	Этапы формирования компетенции
--------------------	--------------------------------

компетенции		
ПК-1 Владение методами математического описания физических полей	Знает	основные методы математического описания физических полей
	Умеет	выделять математические методы, необходимые для описания физических процессов, протекающих как на уровне элементарных частиц, так и на атомном уровне и в конденсированных средах
	Владеет	методами математического описания физических полей
ПК-2 Владение основными методами компьютерного моделирования различных состояний вещества и физических явлений в них	Знает	основные методы компьютерного моделирования
	Умеет	критически оценивать область применимости выбранных математических методов
	Владеет	основными методами компьютерного моделирования физических процессов
ПК-3 Владение основными методами исследования физических свойств и функциональных характеристик конденсированных сред	Знает	основные методы математического описания полей и процессов, протекающих в конденсированных средах; основные методы исследования полей и физических свойств конденсированных сред
	Умеет	определять рамки применимости математического метода описания процессов, протекающих в конденсированных средах для решения конкретной задачи; выбирать и применять методы исследования функциональных характеристик конденсированных сред
	Владеет	основными методами исследования физических свойств и функциональных характеристик конденсированных сред

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Теория фазовых переходов» применяются следующие методы активного / интерактивного обучения: «лекции визуализации» и дискуссии по основным вопросам образовательной программы.

## **I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

(\_\_18\_\_ час., в том числе \_\_12\_\_ час. с использованием методов активного обучения)

**Раздел I. Фазовые переходы 1 и 2 рода. Фазовый переход парамагнетик – ферромагнетик. Флуктуации вблизи точки фазового перехода (6 час.)**

**Тема 1. Общие понятия о магнетизме твердых тел. Физика системы невзаимодействующих спинов. Система взаимодействующих спинов. Молекулярное поле Вейсса. Модель Изинга, приближение среднего поля. Метод Брэгга – Вильямса (2 час.)**

Магнитные состояния твердых тел. Модель системы спинов. Термодинамика системы, энтропия, температура, химический потенциал. Обменное взаимодействие и молекулярное поле. Модель Изинга, теория Брэгга-Вильямса. Магнитная восприимчивость и теплоемкость системы.

*Интерактивная форма : «Лекция визуализация»*

**Тема 2. Точное решение Онзагера для плоской решетки. Метод Бете – Пайерлса (квазихимический метод). Метод случайных полей взаимодействия и магнитные фазовые переходы (2 час.)**

Решение Онзагера и основные свойства системы спинов на плоской решетке. Кластерный метод Бете и квазихимический метод Пайерлса. Метод случайных полей взаимодействия, критическая концентрация взаимодействующих атомов и связь с теорией протекания. Температурный и концентрационный фазовые переходы.

*Интерактивная форма : дискуссия по основным вопросам темы*

**Тема 3. Ближний и дальний порядок. Функция корреляции. Функция корреляции магнитных моментов в модели Изинга. Флуктуации вблизи точки фазового перехода и теплоемкость в модели Изинга (2. час)**

Параметр порядка, параметр корреляции между ближайшими соседями и параметр ближнего порядка по Бете. Флуктуации вблизи точки Кюри, появление областей с одинаковым направлением спинов. Фурье-компоненты корреляционной функции. Длинноволновый предел.

*Интерактивная форма : «Лекция визуализация»*

**Раздел II. Квантовая модель Гейзенберга. Термодинамика магнонов (4 час.)**

**Тема 1. Основное состояние в модели Гейзенберга. Магноны. Свойства магнонов и спектр возбуждений (2 час.)**

Гамильтониан Гейзенберга. Нижайшие возбужденные состояния. Магноны. Операторы спиновых волн. Операторы рождения и уничтожения на узлах и диагонализация гамильтониана. Эффективная масса магнонов. Термодинамика магнонов.

**Тема 2. Возбуждение магнонов в антиферромагнетиках. Свойства антиферромагнитных магнонов (2 час.)**

Антиферромагнетизм в представлении Вейса. Ферромагнетизм. Магнитная восприимчивость как функция температуры. Фазовый переход и точка Нееля. Антиферромагнитные магноны.

*Интерактивная форма : дискуссия по основным вопросам темы*

### **Раздел III. Конденсация и отвердевание. Переходы металл-изолятор (8 час.)**

#### **Тема 1. Фазовый переход газ – жидкость. Модель Ван-дер-Ваальса. Решеточный газ. Флуктуации (2 час.)**

*Интерактивная форма : «Лекция визуализация»*

Парная корреляция в модели взаимодействующих шаров. Корреляционная функция. Выражение взаимодействия через корреляционную функцию. Учет минимального объема шаров. Уравнение Ван-дер –Ваальса.

#### **Тема 2. Переход жидкость – твердое тело. Кристаллизация (2 час.)**

Периодичность плотности в твердом теле. Разложение в ряд Фурье по векторам обратной решетки. Признак фазового перехода- наличие ненулевых компонент разложения.

*Интерактивная форма : «Лекция визуализация»*

## **II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА**

**(\_\_18\_\_ час., в том числе \_\_12\_\_ час. с использованием методов активного обучения)**

#### **Занятие 1. Статистическая сумма в модели Изинга (2 час.)**

Найти выражение для статистической суммы  $Q$  модели Изинга без взаимодействия в магнитном поле.

**Решение.** Гамильтониан модели:

$$\bar{H} = - \sum_i \mu_i H \quad \mu_i = \mu_0 S_i, \quad S_i = \pm 1.$$

Так как моменты не взаимодействуют, то:

$$Q = \prod_i \sum_{S_i = \pm 1} \exp(\beta \mu_0 S_i H) = [2 \cosh(\beta \mu_0 H)]^N$$

Найти энергию  $E$  модели Изинга без взаимодействия при температуре  $T$ .

**Ответ.**

$$E = - \frac{\partial}{\partial \beta} \ln Q = -N \mu_0 H \operatorname{th}[\beta \mu_0 H].$$

#### **Занятие 2 Модель Гейзенберга. Статистическая сумма (2 час.)**

**Задача 2.1.** Дана трехмерная классическая модель Гейзенберга без взаимодействия

$$\vec{H} = -\mu_0 \sum_i \vec{S}_i \vec{H}, \quad |\vec{S}_i| = S$$

Определить статистическую сумму  $Q$ .

**Решение.** Степени свободы системы определяются углом  $\theta_i$  между полем  $H$  и спином  $S_i$ , поэтому:

$$Q = \prod_i \int d\Omega_i \exp(\beta \mu_0 S H \cos \theta_i) = \left[ 4\pi \left( \frac{\text{sh}\{\beta \mu_0 H S\}}{\beta} \mu_0 H S \right) \right]^N$$

**Задача 2.2.** Исследовать поведение намагниченности в случаях  $T \rightarrow 0$  и  $T \rightarrow \infty$ .

**Решение.** Функция Ланжевена  $F_L(x)$  имеет асимптоты:

$$F_L(x) \approx 1 - \frac{1}{x} + 2 \exp(-2x), \quad x \rightarrow \infty;$$

$$F_L(x) \approx \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945}, \quad x \rightarrow 0.$$

Отсюда находим:

$$M = N \mu_0 S, \quad T = 0; \quad M = \frac{N \mu_0^2 S^2 H}{3T}, \quad T \rightarrow \infty.$$

**Занятие 3 Гамильтониан Изинга в приближении среднего поля (2 час.)**

Дан гамильтониан Изинга с взаимодействием в следующем виде:

$$\bar{H} = -\frac{1}{2} \mu_0^2 \sum_{ij} J_{ij} S_i S_j - \mu_0 \sum_i S_i H, \quad S_i = \pm 1, \quad J_{ij} > 0.$$

Необходимо записать его в приближении среднего поля, пренебрегая

$$(\langle S \rangle - S)^2 \rightarrow 0$$

квадратичными флуктуациями магнитных моментов

Ввести взаимодействие ближайших соседей  $Z$ .

**Решение.** Учитывая разложение, сохраняющее требуемую точность среднего поля, в виде:

$$S_k S_k' \approx \langle S_k \rangle S_k' + S_k \langle S_k' \rangle - \langle S_k \rangle \langle S_k' \rangle,$$

Получаем

$$\bar{H} = \frac{1}{2} \mu_0 N H_0 R - \mu_0 \sum_i S_i (H + H_0)$$

$$H_0 = \mu_0 \sum_j J_{ij} R = Z \mu_0 J R$$

где

- среднее поле;  $R = \langle S_i \rangle$  - параметр порядка, средний магнитный момент.

Рассчитать статистическую сумму  $Q$  в приближении среднего поля, исходя из вида гамильтониана, полученного в предыдущей задаче.

**Ответ.**

$$Q = \prod_i \exp\left(\frac{-\beta \mu_0 \mathbf{H}_0 \mathbf{R}}{2}\right) \sum_{S_i = \pm 1} \exp[\beta \mu_0 S_i (\mathbf{H} + \mathbf{H}_0)] = \exp\left(\frac{-N \beta \mu_0 \mathbf{H}_0 \mathbf{R}}{2}\right) [2 \operatorname{ch} \{\beta \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{H}_0)\}]^N$$

#### Занятие 4 Свободная энергия в модели Изинга (2 час.)

Найти свободную энергию в модели Изинга в приближении среднего поля исходя из полученного в задаче (3.2) выражения для статистической суммы  $Q$ . Доказать, что полученный результат совпадает с результатом подхода Брэгга-Вильямса, где свободная энергия ферромагнетика равняется:

$$\frac{F}{N} = -\frac{R^2 \Theta}{2} - RH + \frac{T}{2 \left\{ (1+R) \ln \left[ \frac{1+R}{2} \right] + (1-R) \ln \left[ \frac{1-R}{2} \right] \right\}} \quad (1)$$

**Ответ.**

$$\frac{F}{N} = -\frac{T \ln Q}{N} = \frac{N \beta \mu_0 \mathbf{H}_0 \mathbf{R}}{2} - T \ln [2 \operatorname{ch} \{\beta \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{H}_0)\}] \quad (2)$$

Если учесть уравнение Вейса

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 = N \left\{ -(R\Theta + H) + \frac{1}{2 \ln \left( \frac{1+R}{1-R} \right)} \right\},$$

то легко доказать эквивалентность выражения (2) и (1).

Из условия минимума свободной энергии получить уравнение Вейса на параметр порядка  $R$ .

#### Занятие 5 Расчет магнитной восприимчивости (2 час.)

. Рассчитать магнитную восприимчивость для модели Изинга в приближении среднего поля. Рассмотреть предельные случаи  $T \rightarrow 0$ , и  $T \rightarrow \Theta + 0$ ,  $T \rightarrow \Theta - 0$ .

Выразить магнитную восприимчивость через среднеквадратичную флуктуацию магнитного момента.

**Ответ.**

$$\chi = (1/N) dM/dH \Big|_{H=0} = \beta / N [ \langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2 ] = \beta / N \langle [M - \langle M \rangle]^2 \rangle.$$

#### Занятие 6 Свободная энергия в одномерной модели (2 час.)

Найти свободную энергию одномерной модели Изинга, исходя из выражения статистической суммы:

$$Q = \lambda_1^N \left( 1 + \left\{ \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right\}^N \right) = \lambda_1^N \ln \lambda_1, \quad \ln Q = N \ln \lambda_1$$

Рассчитать предельный случай  $H \rightarrow 0$ .

**Ответ.**

$$F = -T \ln \lambda_1 = -TN \ln [ \exp(\beta V) \operatorname{ch} \beta H + \sqrt{\exp(2\beta V) \operatorname{sh}^2 \beta H + \exp(-2\beta V)} ] = -TN \ln [ 2 \operatorname{ch} \beta H \operatorname{ch} \beta V ]$$



Найти статистическую сумму и свободную энергию антиферромагнитной одномерной модели Изинга.

**Решение.** Следует просто заменить  $V$  на  $-V$  в решении задачи (6.1.)

### Занятие 7 Уравнение для параметра порядка (2 час.)

Найти уравнение для равновесного значения  $R$ , т.е. уравнение на параметр порядка в приближении среднего поля в классической модели Гейзенберга.

**Ответ.**

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \Rightarrow R = \mu_0 S F_L \{ \beta \mu_0 S (H + H_0) \}, \quad F_L(x) = \coth(x) - \frac{1}{x}.$$

Где  $F_L(x)$  - функция Ланжевена.

Определить критическую температуру перехода в ферромагнитное состояние, исходя из самосогласованного уравнения для параметра порядка.

**Решение.** Пользуясь асимптотами функции Ланжевена, при  $R \rightarrow 0$  имеем  $\theta = ZJ(\mu_0 S)^2 / 3$ .

### Занятие 8 Уравнение для спиновых операторов (2 час.)

Записать уравнения движения для спиновых операторов в представлении Гейзенберга, взаимодействующих в соответствии с

$$\bar{H} = - \frac{1}{2 \sum_{i \neq j} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j} - \vec{H} \sum_i \vec{S}_i$$

гамильтонианом

(здесь  $J_{ij}$  - обменный

интеграл;  $S_i$  - оператор спина на  $l$ -м узле:  $\vec{S}_i = \{S_i^X, S_i^Y, S_i^Z\}$  в нулевом внешнем поле.

**Решение.** Уравнения движения:

$$\frac{dS_i^\alpha}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, S_i^\alpha], \quad \alpha = X, Y, Z.$$

Отсюда

$$\frac{dS_i^X}{dt} = \frac{\mu_0^2}{\hbar \sum_{i, i \neq l} [J_{il} S_i^Z S_l^Y - J_{il} S_i^Y S_l^Z]},$$

Остальные уравнения получаются циклической перестановкой.

Записать уравнения движения в приближении среднего поля, полагая  $S^Z = S$  числом, равным модулю спина, а остальные операторы - малыми. Учесть взаимодействие только с ближайшими соседями.

**Решение.** Разложив произведения операторов

$$S_i^\alpha S_i^\beta \approx \langle S_i^\alpha \rangle S_i^\beta + S_i^\alpha \langle S_i^\beta \rangle,$$

и, полагая  $\langle S_i^X \rangle, \langle S_i^Y \rangle$  малыми, получаем:

$$\frac{dS_i^Z}{dt} = 0, \quad \frac{dS_i^X}{dt} = \mu_0^2 \sum_{i \neq l} [S_i^Y - S_l^Y].$$

$$\frac{dS_i^Y}{dt} = \mu_0^2 \sum_{i \neq l} [S_i^X - S_l^X].$$

### Занятие 9 Магноны в ГЦК решетке (2 час.)

Найти спектр магнонов в ГЦК решетке в приближении ближайших соседей.

**Ответ.**

$$\hbar\omega_q = SJ \left\{ 12 - 4 \left[ \frac{\frac{\cos(q_z a)}{2} \cos(q_x a)}{2} + \frac{\cos(q_z a)}{2} \cos(q_y a) + \frac{\cos(q_x a)}{2} \cos(q_y a) \right] \right\}$$

где  $a$  – период решетки. При  $q \rightarrow 0$ ,  $\hbar\omega_q = JSa^2 q^2$  т.е. результат совпадает со случаем простой кубической решетки.

Найти критическую температуру ферромагнетика из условия бозе-конденсации магнонов и сравнить с критической температурой в приближении среднего поля.

**Решение.** Для идеального бозе-газа температура конденсации

$$T_0 = 3,31 \frac{\hbar^2}{m^*} \left( \frac{N}{V} \right)^{\frac{2}{3}} \quad S = \frac{1}{N \sum_q \left[ \exp\left(\frac{\hbar\omega_q}{T}\right) - 1 \right]^{-1}}$$

Для магнонов . Точка перехода будет соответствовать нулевой проекции спина на ось  $z$ , отсюда

условие:  $S = \frac{1}{N \sum_q \left[ \exp\left(\frac{\hbar\omega_q}{T}\right) - 1 \right]^{-1}}$ , совпадающее с условием на

температуру бозе-конденсации с переобозначением  $\left(\frac{N}{V}\right)^{\frac{2}{3}} = S^{\frac{2}{3}} a^{-2}$ ,  $a$  – период

решетки. Учтем, что в длинноволновом пределе  $\hbar\omega_q = JSa^2 q^2 \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m^*} = JSa^2$ .

Окончательно  $T_c = 6,62 JS^{\frac{5}{2}}$ . При  $S \gg 1$  результат не сильно отличается от

полученного в приближении среднего поля  $\theta = \frac{ZJS^2}{3} \quad (Z \sim 10)$ .

### III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Теория фазовых переходов» представлено в приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;  
критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

#### IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛИ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Раздел 1 Фазовые переходы 1 и 2 рода Раздел 2 Спиновые волны в модели Гейзенберга	ПК-1, ПК-2, ПК-3, УК-1.	Знает	УО-1 (собеседование)	Вопросы к зачету 1-3
			Умеет	УО-1 (собеседование)	Вопросы к зачету 4-6
			Владеет	УО-1 (собеседование)	Вопросы к зачету 7-9
2	Раздел 3. Конденсация и отвердевание Раздел 4. Переходы	ПК-1, ПК-2, ПК-3, УК-1.	Знает	УО-1 (собеседование)	Вопросы к зачету 10-12
			Умеет	УО-1 (собеседование)	Вопросы к зачету 13-15
			Владеет	УО-1 (собеседование)	Вопросы к зачету 16-18

Фонд оценочных средств по дисциплине представлен в приложении 2.

#### V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### Основная литература

1. Ансельм, А.И. Основы статистической физики и термодинамики [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.И. Ансельм. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2007. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/692> . — Загл. с экрана.

2. Ушакова Е.В. Введение в физику твердого тела. Конспект лекций [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ушакова Е.В.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Университет ИТМО, 2015.— 100 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/65817.html> .— ЭБС «IPRbooks».

3. Епифанов, Г.И. Физика твердого тела [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.И. Епифанов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 288 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2023> . — Загл. с экрана.

4. Киттель, Ч., Введение в физику твердого тела : [учебное руководство] / Москва : Альянс, 2013. 791 с.  
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:776747&theme=FEFU>

### Дополнительная литература

1. Ландау, Л.Д. Курс теоретической физики. Статистическая физика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. — Электрон. дан. — Москва : Физматлит, 2001. — 616 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2230> — Загл. с экрана.

2. Терлецкий Я.П. Статистическая физика. М., Высшая школа, 1994, 353 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:41027&theme=FEFU>

3. Фейнман Р. Статистическая механика. М., 1975. — 408 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:404930&theme=FEFU>

4. Леонтович М.А., Введение в термодинамику. Статистическая физика : [учебное пособие] / Санкт-Петербург : Лань, 2008. 419 с. <http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:281582&theme=FEFU>

### Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Обучающий ресурс: [MIT. Strong interactions. Effective field theories of QCD](#)

### Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. База данных Scopus <http://www.scopus.com/home.url>
2. База данных Web of Science <http://apps.webofknowledge.com/>
3. База данных полнотекстовых академических журналов Китая <http://oversea.cnki.net/>
4. Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки <http://diss.rsl.ru/>
5. Электронные базы данных EBSCO <http://search.ebscohost.com/>

### Перечень информационных технологий и программного обеспечения

№ п/п	Место расположения компьютерной техники, на которой установлено программное обеспечение, количество рабочих мест	Перечень программного обеспечения
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L560. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.

	индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L556. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.
3.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L557. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30.
4.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус А, ауд. А1017. Аудитория для самостоятельной работы аспирантов.	Microsoft Office - лицензия Standard Enrollment № 62820593. Дата окончания 2020-06-30. Родительская программа Campus 3 49231495. Торговый посредник: JSC "Softline Trade" Номер заказа торгового посредника: Tr000270647-18. Photoshop CC for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal №ЭА-667-17 от 08.02.2018. 07, Adobe Creative Cloud for teams All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription New Контракт №ЭА-667-17 от 08.02.2018. ESET NOD32 Secure Enterprise Контракт №ЭА-091-18 от 24.04.2018. AutoCAD Electrical 2015. Срок действия лицензии 10.09.2020. № договора 110002048940 в личном кабинете Autodesk. +2 Сублицензионное соглашение Blackboard № 2906/1 от 29.06.2012

## **VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Очевидно, что основные знания аспирант получает в процессе прослушивания лекций и самостоятельно работая над программой курса. Самостоятельная работа помогает аспирантам:

*Овладеть знаниями:*

Чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы, составление плана текста, графическое изображение структуры текста, конспектирование текста, выписки из текста работа со справочниками и др. справочной литературой, использование компьютерной техники и интернета.

*Закреплять и систематизировать знания:*

Работа с конспектом лекции, обработка текста, повторная работа над учебным материалом учебника, первоисточника, дополнительной литературы, аудио и видеозаписей.

Контроль результатов самостоятельной работы аспирантов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и внеаудиторную самостоятельную работу.

### Самостоятельная работа на лекции

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность аспиранта. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим аспирантом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателем. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п.

## VII. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Место расположения компьютерной техники, на которой установлено программное обеспечение, количество рабочих мест	Перечень программного обеспечения
1.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L560. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Парты и стулья, экран проекционный SENSSCREEN ES-431150 150* настенно-потолочный моторизированный, покрытие Matte White, 4:3, размер рабочей поверхности 305*229 , проектор BenQ MW 526 E.
2.	690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L556. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.	Парты и стулья, экран проекционный SENSSCREEN ES-431150 150* настенно-потолочный моторизированный, покрытие Matte White, 4:3, размер рабочей поверхности 305*229 , проектор BenQ MW 526 E.
3.	690922, Приморский край, г.	Парты и стулья, экран проекционный

	<p>Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L557.</p> <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.</p>	<p>SENSSCREEN ES-431150 150* настенно-потолочный моторизированный, покрытие Matte White, 4:3, размер рабочей поверхности 305*229 , проектор BenQ MW 526 E.</p>
4.	<p>690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус А , ауд. А1017.</p> <p>Аудитория для самостоятельной работы аспирантов.</p>	<p>Моноблок Lenovo C360G-i34164G500UDK – 15 шт.</p> <p>Интегрированный сенсорный дисплей Polymedia FlipBox - 1 шт.</p> <p>Копир-принтер-цветной сканер в e-mail с 4 лотками Xerox WorkCentre 5330 (WC5330C – 1 шт.</p>
5.	<p>690922, Приморский край, г. Владивосток, остров Русский, полуостров Саперный, поселок Аякс, 10, корпус L, ауд. L539a</p> <p>помещение для хранения и профилактического обслуживания оборудования</p>	



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
**«Дальневосточный федеральный университет»**  
(ДФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ  
РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**по дисциплине «Теория фазовых переходов»**  
Направление подготовки *03.06.01 Физика и астрономия*  
Профиль *«Теоретическая физика»*  
Форма подготовки (очная)

**Владивосток  
2015**



**План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине  
1 семестр**

<b>№ п/п</b>	<b>Дата/сроки выполнения</b>	<b>Вид самостоятельной работы</b>	<b>Примерные нормы времени на выполнение</b>	<b>Форма контроля</b>
1	1 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
2	2 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
3	3 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
4	4 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
5	5 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
6	6 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
7	7 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
8	8 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
9	9 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
10	10 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
11	11 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
12	12 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
13	13 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
14	14 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
15	15 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
16	16 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
17	17 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)
18	18 неделя	Подготовка к занятиям	1	УО-1(собеседование)

Контроль результатов самостоятельной работы аспирантов должен осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные

занятия и внеаудиторную самостоятельную работу аспирантов по дисциплине, может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Требования к конспекту для семинарских занятий:

1. Должен быть в отдельной тетради, подписанный.
2. Обязательно писать план занятия с указанием темы, вопросов, списка литературы и источников.
3. Отражать проблематику всех поставленных вопросов (анализ источника, литературы).
4. Иметь по ним аргументированные выводы. Слово «аргументированные» является ключевым. Главное - доказуемость выводов.

Критерии оценки выполнения самостоятельной работы

Контроль самостоятельной работы аспирантов предусматривает:

соотнесение содержания контроля с целями обучения;

объективность контроля;

дифференциацию контрольно-измерительных материалов.

*Формы контроля самостоятельной работы:*

Работа на семинарских занятиях.

Собеседование и зачет.

*Критерии оценки результатов самостоятельной работы*

Критериями оценок результатов внеаудиторной самостоятельной работы аспиранта являются:

уровень освоения аспирантом учебного материала;

умения аспиранта активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;

обоснованность и четкость изложения ответа;

оформление материала в соответствии с требованиями;

умение ориентироваться в потоке информации, выделять главное;

умение четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;

умение показать, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;

умение сформировать свою позицию, оценку и аргументировать ее.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования  
«Дальневосточный федеральный университет»  
(ДВФУ)

---

**ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**по дисциплине «Теория фазовых переходов»**  
Направление подготовки *03.06.01 Физика и астрономия*  
Профиль «*Теоретическая физика*»  
Форма подготовки (очная)

**Владивосток**  
**2015**

## Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ПК-1 Владение методами математического описания физических полей	Знает	основные методы математического описания физических полей
	Умеет	выделять математические методы, необходимые для описания физических процессов, протекающих как на уровне элементарных частиц, так и на атомном уровне и в конденсированных средах
	Владеет	методами математического описания физических полей
ПК-2 Владение основными методами компьютерного моделирования различных состояний вещества и физических явлений в них	Знает	основные методы компьютерного моделирования
	Умеет	критически оценивать область применимости выбранных математических методов
	Владеет	основными методами компьютерного моделирования физических процессов
ПК-3 Владение основными методами исследования физических свойств и функциональных характеристик конденсированных сред	Знает	основные методы математического описания полей и процессов, протекающих в конденсированных средах; основные методы исследования полей и физических свойств конденсированных сред
	Умеет	определять рамки применимости математического метода описания процессов, протекающих в конденсированных средах для решения конкретной задачи; выбирать и применять методы исследования функциональных характеристик конденсированных сред
	Владеет	основными методами исследования физических свойств и функциональных характеристик конденсированных сред

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды, наименование и этапы формирования компетенций	Оценочные средства		
			текущий контроль	промежуточная аттестация	
1	Раздел 1. Фазовые переходы 1 и 2 рода. Фазовый переход парамагнетик –	ПК-1, ПК-2, ПК-3, УК-1.	Знает	Контрольная работа I	Вопросы для подготовки к зачету 1-10
			Умеет	Контрольная работа I	Вопросы для подготовки к зачету 1-10
			Владеет	Контрольная работа I	Вопросы для подготовки

	ферромагнети к. Флуктуации вблизи точки фазового перехода				к зачету 1-10
2	Раздел 2. Квантовая модель Гейзенберга. Термодинами ка магнетиков	ПК-1, ПК-2, ПК-3, УК-1.	Знает	Контрольная работа II	Вопросы для подготовки к зачету 11- 15
			Умеет	Контрольная работа II	Вопросы для подготовки к зачету 11- 15
			Владеет	Контрольная работа II	Вопросы для подготовки к зачету 11- 15
3	Раздел III. Конденсация и отвердевание. Переходы металл- изолятор	ПК-1, ПК-2, ПК-3, УК-1.	Знает	Контрольная работа III	Вопросы для подготовки к зачету 16- 21
			Умеет	Контрольная работа III	Вопросы для подготовки к зачету 16- 21
			Владеет	Контрольная работа III	Вопросы для подготовки к зачету 16- 21

### Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ПК-1 Владение методами математического описания физических полей	знает (пороговый уровень)	основные методы математического описания физических полей	сформированные систематические знания основных методов математического описания физических полей	Способность сформировать систематические знания основных методов математического описания физических полей
	умеет (продвинутый)	выделять математические методы, необходимые для описания	сформированное умение выделять математические методы, необходимые для	Способность выделять математические методы, необходимые для описания физических процессов,

		физических процессов, протекающих как на уровне элементарных частиц, так и на атомном уровне и в конденсированных средах	описания физических процессов, протекающих как на уровне элементарных частиц, так и на атомном уровне и в конденсированных средах	протекающих как на уровне элементарных частиц, так и на атомном уровне и в конденсированных средах
	владеет (высокий)	методами математического описания физических полей	успешное и систематическое владение основными методами математического описания физических полей	Способность успешного владения основными методами математического описания физических полей
ПК-2 Владение основными методами компьютерного моделирования различных состояний вещества и физических явлений в них	знает (пороговый уровень)	основные методы компьютерного моделирования	раскрывает полное содержание методов компьютерного моделирования, всех их особенностей, аргументировано обосновывает способ выбора при решении профессиональных задач	Способность раскрыть полное содержание методов компьютерного моделирования, всех их особенностей, аргументировано обосновывает способ выбора при решении профессиональных задач
	умеет (продвинутый)	критически оценивать область применимости выбранных математических методов	сформированное умение критически оценивать область применимости выбранных математических методов	Способность критически оценивать область применимости выбранных математических методов
	владеет (высокий)	основными методами компьютерного моделирования физических процессов	владеет системой способов выявления оценки методов компьютерного моделирования, необходимых для профессиональной самореализации, и определяет адекватные пути их совершенствования	Способность владеть системой способов выявления оценки методов компьютерного моделирования, необходимых для профессиональной самореализации, и определяет адекватные пути их совершенствования

ПК-3 Владение основными методами исследования физически х свойств и функциональных характеристик конденсированных сред	знает (пороговый уровень)	основные методы математического описания полей и процессов, протекающих в конденсированных средах; основные методы исследования полей и физических свойств конденсированных сред	сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательски х и практических задач, в том числе междисциплинарных;	Способность сформировать систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных;
	умеет (продвинутый)	определять рамки применимости математического метода описания процессов, протекающих в конденсированных средах для решения конкретной задачи; выбирать и применять методы исследования функциональных характеристик конденсированных сред	сформированное умение анализировать и применять методы исследования полей и физических свойств конденсированных сред при решении исследовательских и практических задач;	Способность анализировать и аргументированно применять методы исследования полей и физических свойств конденсированных сред при решении исследовательских и практических задач;
	владеет (высокий)	основными методами исследования физических свойств и функциональных характеристик конденсированных сред	успешное и систематическое применение навыков анализа применения навыков исследования физических свойств и функциональных характеристик конденсированных сред при решении исследовательски х и практических задач	Способность успешного и систематического применения навыков анализа применения навыков исследования физических свойств и функциональных характеристик конденсированных сред при решении исследовательских и практических задач

## Оценочные средства для промежуточной аттестации

### Методические указания по сдаче зачета

На зачете в качестве оценочного средства применяется собеседование по вопросам, составленным ведущим преподавателем. Зачет принимается ведущим преподавателем или его ассистентом.

Во время проведения зачета аспиранты могут пользоваться рабочей программой учебной дисциплины. В случае использования аспирантом средств для списывания, преподаватель имеет право удалить аспиранта с зачета, а в экзаменационную ведомость поставить незачет.

При явке на зачет аспиранты обязаны иметь при себе зачетную книжку. Преподаватель заполняет соответствующие графы зачетной книжки аспиранта: название дисциплины в соответствии с учебным планом, ее трудоемкость, фамилия преподавателя, оценка, дата, подпись.

Для сдачи устного зачета аспирант приглашается в специализированную аудиторию. Выходить из аудитории во время подготовки к ответам без разрешения преподавателя аспирантам запрещается. Время, предоставляемое аспиранту на подготовку к ответу на устном зачете – 30 минут.

При сдаче устного зачета преподаватель может задавать дополнительные вопросы. Если аспирант затрудняется ответить на один вопрос, то ему можно предложить ответить на другой, но не более одного раза.

При промежуточной аттестации установлены оценки на зачете: «зачтено» и «не зачтено».

При неявке аспиранта на зачет без уважительной причины в ведомости делается запись «не явился».

Оценки, выставленные преподавателем по итогам зачета, не подлежат пересмотру. Аспирант, не согласный с выставленной оценкой, имеет право подать заявление на имя директора Школы. В случае обоснованности поданного заявления директор Школы создает комиссию в составе трех преподавателей по соответствующей кафедре. Оценка, полученная аспирантом во время пересдачи зачета комиссии, является окончательной.

### Критерии выставления оценки на зачете

«зачтено»	ставится тогда, когда аспирант свободно владеет теоретическим материалом изучаемой дисциплины, не допускает ошибок при ответах на задаваемые вопросы, используя наглядные таблицы, или допускает некоторые неточности в ответах, но быстро исправляет ошибки при задавании ему наводящих вопросов.
«не зачтено»	ставится тогда, когда аспирант не владеет материалом изучаемой дисциплины, не отвечает на дополнительные вопросы преподавателя и не ориентируется в современных вопросах теории фазовых переходов

### Вопросы к зачету

по дисциплине «Теория фазовых переходов»



1. Типы фазовых переходов и их связь с поведением термодинамических потенциалов в точке перехода.
2. Классификация веществ по их магнитным свойствам.
3. Магнитные свойства систем невзаимодействующих магнитных моментов.
4. Системы с локальным взаимодействием. Эффективное поле. Точка Кюри.
5. Природа обменного взаимодействия. Модели Изинга и Гейзенберга.
6. Свободная энергия ферромагнетика в модели Изинга. Метод Брэгга – Вильямса.
7. Одномерная модель Изинга. Квадрат магнитного момента и суперпарамагнетизм.
8. Решение Онзагера. Постановка задачи и основные результаты.
9. Метод Бете–Пайерлса (квазихимический метод).
10. Метод случайных полей взаимодействия (МСП). Общий подход.
11. Метод случайных полей взаимодействия. Концентрационные магнитные фазовые переходы.
12. «Движение» точки Кюри при наличии диффузии.
13. Ближний и дальний порядок. Корреляции. Оценки в МСП.
14. Флуктуации вблизи точки фазового перехода. Теплоемкость с учетом флуктуации.
15. Модель Гейзенберга. Спиновые волны. Магноны.
16. Переход пар–жидкость как фазовые переходы I рода. Уравнение Ван–дер–Ваальса.
17. Модель решеточного газа. Флуктуации.
18. Переход жидкость–твердое тело.
19. Скачок проводимости в модели Мотта.
20. Фазовый переход полуметалл–изолятор в модели Келдыша–Капаева.
21. Переход металл–диэлектрик в модели Хаббарда.

## Оценочные средства для текущего контроля

### Примеры контрольных работ

по дисциплине «Теория фазовых переходов»

#### Контрольная работа I

Тема «ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ 1 И 2 РОДА»

#### Вариант 1

**Задание 1.** Найти выражение для статистической суммы  $Q$  модели Изинга без взаимодействия в магнитном поле.

**Решение.** Гамильтониан модели:

$$\bar{H} = - \sum_i \mu_i H \quad \mu_i = \mu_0 S_i, \quad S_i = \pm 1.$$

Так как моменты не взаимодействуют, то:

$$Q = \prod_i \sum_{S_i = \pm 1} \exp(\beta \mu_0 S_i H) = [2 \operatorname{ch}(\beta \mu_0 H)]^N$$

**Задание 2.** Дана трехмерная классическая модель Гейзенберга без взаимодействия

$$\vec{H} = -\mu_0 \sum_i \vec{S}_i \vec{H}, \quad |\vec{S}_i| = S$$

Определить статистическую сумму  $Q$ .

**Решение.** Степени свободы системы определяются углом  $\theta_i$  между полем  $H$  и спином  $S_i$ , поэтому:

$$Q = \prod_i \int d\Omega_i \exp(\beta \mu_0 S H \cos \theta_i) = [4\pi (\text{sh}\{\beta \mu_0 H S\} / \beta \mu_0 H S)]^N$$

**Задание 3.** Дан гамильтониан Изинга с взаимодействием в следующем виде:

$$\bar{H} = -1/2 \mu_0^2 \sum_{ij} J_{ij} S_i S_j - \mu_0 \sum_i S_i H, \quad S_i = \pm 1, J_{ij} > 0.$$

Необходимо записать его в приближении среднего поля, пренебрегая квадратичными флуктуациями магнитных моментов ( $[\langle S \rangle - S]^2 \rightarrow 0$ ).

Ввести взаимодействие ближайших соседей  $Z$ .

**Решение.** Учитывая разложение, сохраняющее требуемую точность среднего поля, в виде:

$$S_k S_{k'} \approx \langle S_k \rangle S_{k'} + S_k \langle S_{k'} \rangle - \langle S_k \rangle \langle S_{k'} \rangle,$$

Получаем

$$\bar{H} = 1/2 \mu_0 N H_0 R - \mu_0 \sum_i S_i (H + H_0)$$

где

$$H_0 = \mu_0 \sum_j J_{ij} R = Z \mu_0 J R$$

- среднее поле;  $R = \langle S_i \rangle$  - параметр порядка, средний магнитный момент.

### Вариант 2

**Задание 1.** Найти энергию  $E$  модели Изинга без взаимодействия при температуре  $T$ .

**Ответ.**

$$E = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Q = -N \mu_0 H \text{th}[\beta \mu_0 H].$$

**Задание 2.** Исследовать поведение намагниченности в случаях  $T \rightarrow 0$  и  $T \rightarrow \infty$ .

**Решение.** Функция Ланжевена  $F_L(x)$  имеет асимптоты:

$$F_L(x) \approx 1 - \frac{1}{x} + 2 \exp(-2x), \quad x \rightarrow \infty;$$

$$F_L(x) \approx \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945}, \quad x \rightarrow 0.$$

Отсюда находим:

$$M = N\mu_0 S, \quad T = 0; \quad M = \frac{N\mu_0^2 S^2 H}{3T}, \quad T \rightarrow \infty.$$

**Задание 3.** Рассчитать статистическую сумму  $Q$  в приближении среднего поля, исходя из вида гамильтониана, полученного в предыдущей задаче.

**Ответ.**

$$Q = \prod_i \exp(-\beta\mu_0 H_0 R/2) \sum_{S_i=\pm 1} \exp[\beta\mu_0 S_i(H + H_0)] = \\ = \exp(-N\beta\mu_0 H_0 R/2) [2\text{ch}\{\beta\mu_0(H + H_0)\}]^N$$

## Контрольная работа II

### Тема «СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В МОДЕЛИ ГЕЙЗЕНБЕРГА»

#### Вариант 1

**Задание 1.** Найти свободную энергию в модели Изинга в приближении среднего поля исходя из полученного в задаче (3.2) выражения для статистической суммы  $Q$ . Доказать, что полученный результат совпадает с результатом подхода Брэгга-Вильямса, где свободная энергия ферромагнетика равняется:

$$\frac{F}{N} = -\frac{R^2\theta}{2} - RH + T/2\{(1+R)\ln[(1+R)/2] + (1-R)\ln[(1-R)/2]\} \quad (1)$$

**Ответ.**

$$F = -T\ln Q = N\beta\mu_0 H_0 R/2 - TN\ln[2\text{ch}\{\beta\mu_0(H + H_0)\}]. \quad (2)$$

Если учесть уравнение Вейса

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 = N \left\{ -(R\theta + H) + 1/2\ln\left(\frac{1+R}{1-R}\right) \right\},$$

то легко доказать эквивалентность выражения (2) и (1).

**Задание 2.** Рассчитать магнитную восприимчивость для модели Изинга в приближении среднего поля. Рассмотреть предельные случаи  $T \rightarrow 0$ , и  $T \rightarrow \theta + 0$ ,  $T \rightarrow \theta - 0$ .

**Задание 3.** Найти свободную энергию ферромагнитной одномерной модели Изинга, исходя из выражения статистической суммы:

$$Q = \lambda_1^N (1 + \{\lambda_2/\lambda_1\}^N) = \lambda_1^N |_{N \rightarrow \infty}, \quad \ln Q = N \ln \lambda_1$$

Рассчитать предельный случай  $H \rightarrow 0$ .

**Ответ.**

$$F = -T \ln \lambda_1 = -TN \ln \left[ \exp(\beta V) \text{ch} \beta H + \sqrt{\exp(2\beta V) \text{sh}^2 \beta H + \exp(-2\beta V)} \right] = \\ = -TN \ln [2 \text{ch} \beta V] |_{H \rightarrow 0}.$$

#### Вариант 2

**Задание 1.** Из условия минимума свободной энергии  $\frac{\partial F}{\partial R} = 0$ , полученной в задаче (4.1.), получить уравнение Вейса на параметр порядка  $R$ .

**Задание 2.** Выразить магнитную восприимчивость через среднеквадратичную флуктуацию магнитного момента.

**Ответ.**

$$\chi = \left(\frac{1}{N}\right) dM/dH |_{H \rightarrow 0} = \beta/N [\langle M^2 \rangle - \langle M \rangle^2] = \beta/N \langle [M - \langle M \rangle]^2 \rangle.$$

**Задание 3.** Найти статистическую сумму и свободную энергию антиферромагнитной одномерной модели Изинга.

**Решение.** Следует просто заменить  $V$  на  $-V$  в решении задачи (6.1.)

**Контрольная работа III**  
**Тема «ВИДЫ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ»**  
**Вариант 1**

**Задание 1.** Найти уравнение для равновесного значения  $R$ , т.е. уравнение на параметр порядка в приближении среднего поля в классической модели Гейзенберга.

**Ответ.**

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \Rightarrow R = \mu_0 S F_L \{ \beta \mu_0 S (H + H_0) \}, \quad F_L(x) = \text{cth}(x) - 1/x,$$

Где  $F_L(x)$  - функция Ланжевена.

**Задание 2.** Записать уравнения движения для спиновых операторов в представлении Гейзенберга, взаимодействующих в соответствии с гамильтонианом  $\bar{H} = -1/2 \sum_{i \neq j} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j - \vec{H} \sum_i \vec{S}_i$  (здесь  $J_{ij}$  - обменный интеграл;  $S_i$  - оператор спина на  $l$ -м узле:  $\vec{S}_i = \{S_i^X, S_i^Y, S_i^Z\}$ ) в нулевом внешнем поле.

**Решение.** Уравнения движения:

$$\frac{dS_i^\alpha}{dt} = i/\hbar [\bar{H}, S_i^\alpha], \quad \alpha = X, Y, Z.$$

Отсюда

$$dS_i^X/dt = \mu_0^2/\hbar \sum_{i, i \neq l} [J_{il} S_i^Z S_l^Y - J_{il} S_i^Y S_l^Z],$$

Остальные уравнения получаются циклической перестановкой.

**Задание 3.** Найти спектр магнонов в ГЦК решетке в приближении ближайших соседей.

**Ответ.**

$$\hbar \omega_q = SJ \left\{ 12 - 4 \left[ \cos \frac{q_z a}{2} \cos \frac{q_x a}{2} + \cos \frac{q_z a}{2} \cos \frac{q_y a}{2} + \cos \frac{q_x a}{2} \cos \frac{q_y a}{2} \right] \right\}$$

где  $a$  - период решетки. При  $q \rightarrow 0$ ,  $\hbar \omega_q = JSa^2 q^2$  т.е. результат совпадает со случаем простой кубической решетки.

**Вариант 2**

**Задание 1.** Определить критическую температуру перехода в ферромагнитное состояние, исходя из самосогласованного уравнения для параметра порядка.

**Решение.** Пользуясь асимптотами функции Ланжевена, при  $R \rightarrow 0$  имеем  $\theta = ZJ(\mu_0 S)^2/3$ .

**Задание 2.** Записать уравнения движения в приближении среднего поля, полагая  $S^z = S$  числом, равным модулю спина, а остальные операторы – малыми. Учесть взаимодействие только с ближайшими соседями.

**Решение.** Разложив произведения операторов

$$S_i^\alpha S_i^\beta \approx \langle S_i^\alpha \rangle S_i^\beta + S_i^\alpha \langle S_i^\beta \rangle, \quad S_i^z \approx \langle S_i^z \rangle = S,$$

и, полагая  $\langle S_i^x \rangle, \langle S_i^y \rangle$  малыми, получаем:

$$\frac{dS_i^z}{dt} = 0, \quad \frac{dS_i^x}{dt} = \mu_0^2 SJ/h \sum_{i \neq l} [S_i^y - S_l^y],$$

$$\frac{dS_i^y}{dt} = \mu_0^2 SJ/h \sum_{i \neq l} [S_i^x - S_l^x].$$

**Задание 3.** Найти критическую температуру ферромагнетика из условия бозе-конденсации магнонов и сравнить с критической температурой в приближении среднего поля.

**Решение.** Для идеального бозе-газа температура конденсации  $T_0 = 3,31 \frac{\hbar^2}{m^*} \left(\frac{N}{V}\right)^{2/3}$ . Для магнонов  $S_z = S - 1/N \sum_q [\exp(\hbar\omega_q/T) - 1]^{-1}$ . Точка перехода будет соответствовать нулевой проекции спина на ось  $z$ , отсюда условие:  $S = 1/N \sum_q [\exp(\hbar\omega_q/T) - 1]^{-1}$ , совпадающее с условием на температуру бозе-конденсации с переобозначением  $(N/V)^{2/3} = S^{2/3} a^{-2}$ ,  $a$  – период решетки. Учтем, что в длинноволновом пределе  $\hbar\omega_q = JSa^2 q^2 \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2m^*} = JSa^2$ . Окончательно  $T_c = 6,62 JS^{5/2}$ . При  $S \sim 1$  результат не сильно отличается от полученного в приближении среднего поля  $\theta = ZJS^2/3$  ( $Z \sim 10$ ).